

Tentamen Gewone Differentiaalvergelijkingen, 25-06-08 (Open boek)

Vraag 1

Vind een oplossing in impliciete vorm van de vergelijking:

$$(x^4y^2 + y^3)dx + \left(\frac{1}{2}x^5y + 2xy^2\right)dy = 0$$

Maak gebruik van een integrerende factor van de vorm $\phi(xy)$.

Vraag 2

Bepaal alle oplossingen van de vergelijkingen:

$$\text{a) } \frac{dy}{dx} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 \\ t \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \frac{dy}{dx} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Vraag 3

Bepaal fundamentele matrices, en schets plaatjes voor de oplossingskrommen van het stelsel differentiaalvergelijkingen $\frac{dy}{dx} = Ay$ waar A gegeven wordt door

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Vraag 4

Geef algemene oplossingen van de volgende vergelijkingen

$$\text{a) } z'' - 4z' + z = e^w$$

$$\text{b) } w'' - 4w' + 4w = \sin 2z$$

$$\text{c) } u''' - 3u'' + 2u' - 6u = t^5$$

Vraag 5

Beschouw het stelsel:

$$x' = 1 - x^2 - z^2$$

$$z' = x - z$$

Bepaal de nulhomoklienen en de evenwichtspunten, plus hun stabiliteitseigenschappen. Analyseer hoe het vectorveld zich gedraagt bij de nulhomoklienen en schets een faseplaatje.